



ХИМИКОТЕХНОЛОГИЧЕН И МЕТАЛУРГИЧЕН УНИВЕРСИТЕТ - СОФИЯ

ИНФОРМАТИКА

част първа

лектор: ас. д-р Фани Томова
лекции: доц. д-р Атанас Атанасов
Катедра “Информатика”

Лекция 2

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ СИСТЕМИ

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

- ❑ Бройни системи (БС)
- ❑ Видове БС (позиционни и непозиционни)
- ❑ Представяне на числата в двоична, осмична и шестнадесетична БС
- ❑ Аритметични операции над числа в двоична и шестнадесетична БС
- ❑ Представяне на числова и символна информация в компютърните системи:
 - на цели числа със и без знак
 - на дробни числа
 - на символи / букви

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Бройната система е начин за представяне на числата с помощта на набор от символи, имащи определени количествени значения.

Тези символи се наричат *цифри*. За представяне на числата, различните бройни системи използват различен набор от цифри.

Освен цифрите, бройните системи включват и *правила* за представяне на числата с цифри.

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Видове бройни системи (БС):

- позиционни
- непозиционни

- В позиционните БС всяка цифра има определено тегло, зависещо от позицията на цифрата в числото.
- Броят на цифрите, които съдържа БС, се нарича *основа* на бройната система.
- В непозиционните БС броят и позициите на цифрите в числото не определят неговата големина.

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Примери за позиционни БС

Десетична (арабска) БС

Цифри: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Основа: 10

Пример 1: $5187 = 5 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$

Пример 2: $3,46 = 3 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 6 \cdot 10^{-2}$

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Примери за непозиционни БС

Римска БС

Цифри: I, V, X, L, C, D, M,
1 5 10 50 100 500 1000

Вместо цифри се използват латински букви.

Пример 1: **VIII = 5 + 1 + 1 + 1 = 8**

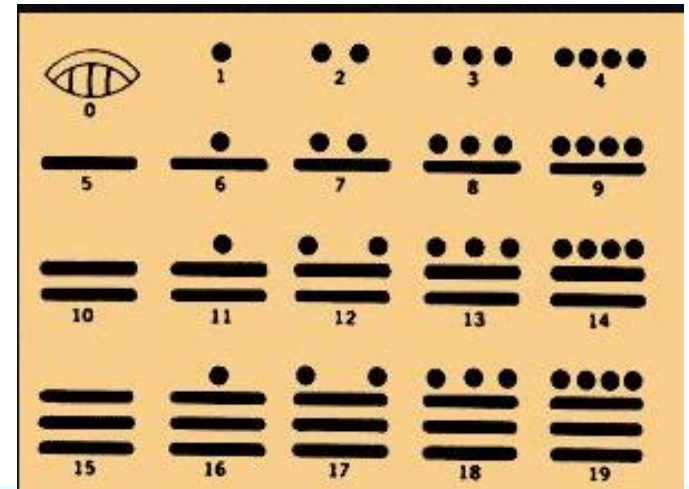
Пример 2: **IX = 10 - 1 = 9**

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Примери за непозиционни БС на:

Гърци, маи, египтяни, българи

α'	β'	γ'	δ'	ε'	ζ'	ξ'	η'	θ'
алфа	бета	гама	делта	епсиптон	зау	зета	ета	тета
1	2	3	4	5	6	7	8	9
,α'	,β'	,γ'	ετπη			,βωδ		
1000	2000	3000	5388			2804		



1		Както и повечето хора за преброяване на неоглямо количество предмети Египтяните използвали пръчици, клечки, пръсти. Всяка единица се изобразявала с отделна пръчица.
10		По такъв начин египтяните връзвали кравите. Ако е нужно да се изобразят няколко десетици, то йероглифа се повторял нужното количество пъти. Това се отнасяло и към останалите йероглифи.
100		Това е мерна връвчица, с която измервали земните участъци след разлив на река Нил.
1000		Цветове на лотос
1000		Вдигнат палец - бъди внимателен
100 000		головастик
1 000 000		Виждайки такова число, обикновения човек много ще се учуди и ще вдигне ръце към небето.
10 000 000		Египтяните се покланяли на бог Ра, бога на Слънцето и затова така изобразявали най-голямото свое число

Α	Β	Γ	Δ	Ε	Σ	Ζ	Η	Θ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ι	Κ	Λ	Μ	Ν	Ξ	Ο	Π	Ψ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ρ	ς	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	ϰ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Двоична БС

Цифри: 0, 1

Основа: 2

$$\begin{aligned}\text{Пример 1: } 101101_2 &= 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = 45\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Пример 2: } 1,011_2 &= 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} \\ &= 1 + 0 + 1/4 + 1/8 = 1,375\end{aligned}$$

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Преобразуване на двоично число в десетично:

Ако събираемите в горните представяния се изчислят и се сумират, ще се получи десетичният еквивалент на двоичното число.

Забележка: Цифрите 0 и 1 се използват и в десетичната бройна система. За да е ясно в каква бройна система се записва числото, обикновено основата се записва като индекс към числото: например 1101001_2 е двоично число. Само в десетичната БС този индекс се изпуска, т.е. 1101001 е десетично число.

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

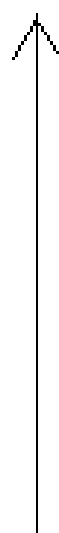
Преобразуване на цяло десетично число в двоично. Общо правило:

Десетичното число се дели на основата на новата БС (2), като се записват целочислените остатъци (0 или 1) от деленето, по-малки от основата на новата БС. Деленето продължава, докато се достигне до частно, по-малко от основата на новата БС, което се записва като последен остатък. Остатъците от деленето, записани в обратен ред, дават записа на числото в новата БС.

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Пример: Преобразуване на числото 79 от десетична в двоична БС.

	Число в десетична БС	Основа на новата БС	Остатък от деленето
число	79	:2	1
частно	39	:2	1
частно	19	:2	1
частно	9	:2	1
частно	4	:2	0
частно	2	:2	0
частно	1	:2	1

$$\begin{array}{c} \text{1001111}_{(2)} = \text{79}_{(10)} \\ \longrightarrow \end{array}$$


АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Преобразуване на дробната част на десетично число в двоично. Общо правило:

Умножаваме дробната част на десетичното с основата на новата БС (2) и получаваме нова дробна част и цяла част. Продължаваме да умножаваме получената дробна част по основата на новата БС, докато се получи нова дробна част, равна на 0. Получените цели части при умножението представляват дробната част на преобразуваното число. Записват се в реда, в който са получени.

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Преобразуване на дробната част на десетично число в двоично

Пример: Преобразуване на 0,625 от десетична в двоична БС.

Забележка: При преобразуване на дробни числа се задава точност на пресмятането, тъй като рядко се получава дробна част равна на 0.

	Число в десетична БС	Основа на новата БС	Цяла част	Дробна част
число	0,625	* 2	1	0,250
Др. част	0,250	* 2	0	0,500
Др. част	0,500	* 2	1	0,000

$$0,101_{(2)} = 0,625_{(10)}$$

→

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Шестнадесетична БС

Цифри: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

Основа: 16

$$\begin{aligned}\text{Пример 1: } 3FD_{16} &= 3 \cdot 16^2 + 15 \cdot 16^1 + 13 \cdot 16^0 \\ &= 768 + 240 + 13 = 1021\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Пример 2: } C,8A_{16} &= 12 \cdot 16^0 + 8 \cdot 16^{-1} + 10 \cdot 16^{-2} \\ &= 12 + 8/16 + 10/256 = 12,5390625\end{aligned}$$

Преобразуване на шестнадесетично число в десетично:

Ако събираемите в горните представяния се изчислят и се сумират, ще се получи десетичният еквивалент на шестнадесетичното число.

Забележка: Буквените комбинации от А до F заместват двуцифрените десетични числа от 10 до 15. Това се прави, за да се избегне двусмислие при записа на шестнадесетичните числа.


АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Преобразуване на цяло десетично число в шестнадесетично

Прилага се общото правило за преобразуване на десетично число в произволна бройна система.

Пример: Преобразуване на числото 299 от десетична в шестнадесетична БС.

	Число в десетична БС	Основа на новата БС	Остатък от деленето
число	299	:16	11 - В
частно	18	:16	2
частно	1	:16	1

$$\begin{array}{l} \mathbf{12B}_{(16)} = \mathbf{299}_{(10)} \\ \longrightarrow \end{array}$$


АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Осмична БС

Цифри: 0,1,2,3,4,5,6,7

Основа: 8

$$\begin{aligned}\text{Пример 1: } 256_8 &= 2 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 \\ &= 128 + 40 + 6 = 174\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Пример 2: } 7,42_8 &= 7 \cdot 8^0 + 4 \cdot 8^{-1} + 2 \cdot 8^{-2} \\ &= 7 + 4/8 + 2/64 = 7,53125\end{aligned}$$

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Преобразуване на числата от двоична в осмична и шестнадесетична БС и обратно

Шестнадесетично число	Осмично число	Двоично число	Десетично число
0	0	0000	0
1	1	0001	1
2	2	0010	2
3	3	0011	3
4	4	0100	4
5	5	0101	5
6	6	0110	6
7	7	0111	7
8	10	1000	8
9	11	1001	9
A	12	1010	10
B	13	1011	11
C	14	1100	12
D	15	1101	13
E	16	1110	14
F	17	1111	15

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Преобразуване на числата от двоична в осмична и шестнадесетична БС и обратно

При преобразуване на двоично число в осмично всяка тройка двоични цифри се заменя със съответстващата ѝ осмична цифра. При обратното преобразуване всяка осмична цифра трябва да се замести със съответна тройка двоични цифри.

Пример 1: 110 011 111₂

6 3 7₈

Пример 2: 5 0 6 7₈

101 000 110 111₂

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Преобразуване на числата от двоична в шестнадесетична БС и обратно

При преобразуване на двоично число в шестнадесетично, всяка четворка двоични цифри се заменя със съответстващата ѝ шестнадесетична цифра. При обратното преобразуване всяка шестнадесетична цифра трябва да се замести със съответна четворка двоични цифри.

Пример 3: 1010 1011 0111₂
 A B 7₁₆

Пример 4: F 0 6 7₁₆
 1111 0000 0110 0111₂

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Двоична аритметика

Събиране:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10 \text{ пренос}$$

	100101	37
+	10110	22
	<hr/>	<hr/>
	111011	59

Изваждане:

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \text{ със заем}$$

	101101	45
-	10100	20
	<hr/>	<hr/>
	11001	25

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Представяне на информацията в КС

Понятие за бит – определение:

Най-малкото количество информация може да се разглежда като отговор на въпрос, който има два възможни варианта– да (true, 1) и не (false, 0), където 1 и 0 са едноцифрени двоични числа). Информацията, съдържаща, се в отговора на такъв въпрос се нарича '**bit**' (*bit*).

Двоичната информация се групира в множество от битове, наречени **байтове (B – byte)**.

Един **байт (B – byte)** се състои от 8 бита.

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Представяне на информацията в КС

Производни единици на байта са килобайт (1 KB = 1024 B), мегабайт (1 MB = 1024 KB), гигабайт (1 GB = 1024 MB) и т.н.

Производните единици KB, MB, GB, TB (терабайт) се различават от стандартните измервателни единици – вместо **множител** 1000 се използва **$2^{10} = 1024$** (множителят е кратен на основата на двоичната БС). По този начин **най-икономично** се използва паметта в КС.

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Представяне на числова информацията в КС

В компютърните системи се използват основно **два вида числа**: цели (натурални) числа и реални (веществени) числа.

A. Цели числа без знак – целите неотрицателни числа, които се представят в двоична форма чрез преобразуване по начина, показан по-горе в раздела БС.

В зависимост от големината на числото за представянето му са необходими различен брой цифри (битове). В компютърните системи числата се представят с **фиксиран брой битове**.

Т.е. числата се представят с определена **точност**.

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Представяне на числова информацията в КС

Броят на целите числа, които могат да се съставят с помощта на n двоични цифри, е 2^n . Тогава **целите неотрицателни числа**, описани с n бита, са в интервала $0 \div 2^n - 1$. Числото '0' е една от възможните комбинации. Съответно максималната стойност е с 1 по-малка от 2^n .

При целите неотрицателни числа всички битове съдържат цифри, описващи числото. В такъв случай в **един байт** (8 бита) може да се представи цяло неотрицателно число в интервала $0 \div 2^8 - 1$ или $0 \div 255$.

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Представяне на числова информацията в КС

Б. Цели числа със знак:

Представянето на тези числа изисква въвеждане на **специален бит за знака** на числото. Приема се, че ако в бита за знак има стойност 0, числото е положително, а ако стойността е 1, то е отрицателно. Така например, ако за цяло число се отделя 1 байт, стойността на числото се записва в последните 7 бита, а първият бит се използва за знак.

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Представяне на числова информацията в КС

Б. Цели числа със знак

Тогава *максималното цяло число със знак*, което може да се запише в 1 байт, е $2^7-1=127$. Диапазонът на възможните числа е от -127 до $+127$, тъй като се включва и нулата.

Пример за положително число 37: 00100101_2

Пример за отрицателно число -37: 11011011_2

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Представяне на числа информацията в КС

В. Допълнителен код

- Отрицателните числа се представят в допълнителен код. Той се получава от правия код на числото чрез инвертиране (обратен код) и добавяне на единица.
- Правият код на числото е самото число представено в двоична бройна система, като най-старшият му бит (този най-вляво) е знаковия бит.

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Представяне на числова информацията в КС

В. Допълнителен код

Пример: $-5_{10} = 00000101_2$ прав код

1) Инвертираме 11111010 обратен код

2) Прибавяме 1 + 1
 11111011 допълнителен код (ДК)

Чрез ДК операциите по изваждане ($a=v-c$) в КС се свеждат до събиране на числа в прав код и ДК ($a=v+(-c)$), където $(-c)$ е в ДК.

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Представяне на числова информация в КС

Г. Дробни числа

За да се представят дробни числа в двоична бройна система, се използва позиционна запетая. В компютърните системи дробните числа се представят по два начина: с фиксирана запетая и с плаваща запетая.

Дробни числа с фиксирана запетая

Мястото на позиционната запетая в полето, в което се записват числата, е фиксирано. В битовете преди позиционната запетая се записва цялата част, а в битовете след нея – дробната част на числото.

Например: **цяла част, дробна част**

1001110001,10101

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Представяне на числова информация в КС

Дробни числа с плаваща запетая

Позицията на запетаята в полето, в което се записват числата, не е фиксирано. Числата с плаваща запетая се дефинират с т.нар. мантиса m и порядък p . Едно десетично число N може да се представи като

$$N = m10^p.$$

Пример: -374.25 може да се запише във вида:
-3.7425x10².

В този запис $m = -3.7425$, а $p = 2$.

Пример: 0.000453 може да се запише като
4.53x10⁻⁴

мантисата е $m = 4.53$, а порядъкът е $p = -4$.

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Представяне на числова информация в КС

Дробни числа с плаваща запетая

Двоичните числа с плаваща запетая се представят в паметта на компютърните системи, като двоичното число се разделя на две части – едната за запис на мантисата, а другата за порядъка. Мантисата и порядъкът се записват като **числа със знак**.

Пример: **01100000 1011**₂ мантисата е 1 байт, а порядъкът 4 бита

или $m = 01100000,$

а $p = 1011$

и тогава $N = 96 \times 2^{-5} = 3$

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Представяне на символна информация в КС

В компютърните системи информацията се съхранява само в двоичен вид. Използваните символи също се представят като комбинация от двоични числа.

При натискане на клавиш от клавиатурата се формира определен код, наречен скан код (**scan code**). Този код не е свързан със символа на клавиша, а се определя от поредния номер на клавиша.

Връзката между скан кода и символа се определя от **специална таблица**. В нея на всеки символ, използван от компютърната система, се присвоява двоично число (байт или 2 байта).

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Представяне на символна информация в КС

Така текстът, записан в паметта на компютъра, представлява последователност от **байтове**, съответстващи на символите от текста.

Най-често в КС се използват ASCII и Unicode таблиците. Те са се превърнали в стандарт, чрез който може да се обменя информация между различни КС.

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Представяне на символна информация в КС

ASCII (American Standard Code for Information Interchange)

Когато е разработван този стандарт, се е смятало, че всички използвани в изчислителните машини символи *не надвишават 120* на брой и могат да се кодират със седемцифрено двоично число: $2^7 = 128$. С цел подsigуряване е прието символите да се записват с осемцифрено двоично число, което е позволявало да се кодират до 256 символа.

Пример:	символ !	0	1	2	A	B	C	T
десетично число	33	48	49	50	65	66	67	84

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Представяне на символна информация в КС

ASCII (American Standard Code for Information Interchange)

Символите с номера над **128** се използват за *други символи и азбуки*, например за символите на кирилицата.

Това е причината някои текстове, писани на кирилица, да изглеждат неразбираемо, когато се смени шрифтът.

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Представяне на символна информация в КС

Unicode

Поради нарастващата нужда от повече символи се въвежда системата за кодиране Unicode. С нея работят *съвременните операционни системи*.

При тази система за представянето на един символ се използва не един байт (8 бита), а **2 байта** (16 бита). Това означава, че в Unicode могат да се кодират до $2^{16} = 65536$ различни символа.

Първият байт на всеки символ от кирилицата, в тази система съдържа като код на азбуката числото 204, а вторият байт е за символа/буквата.

АРИТМЕТИЧНИ ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ С-МИ

Представяне на символна информация в КС

Пример с главна латинска буква T с ASCII код 86

Step 1

A user presses the capital letter T (SHIFT+T keys) on the keyboard, which in turn creates a special code, called a scan code, for the capital letter T.



Step 2

The scan code for the capital letter T is sent to the electronic circuitry in the computer.



Step 4

After processing, the binary code for the capital letter T is converted to an image and displayed on the output device.



Step 3

The electronic circuitry in the computer converts the scan code for the capital letter T to its ASCII binary code (01010100) and stores it in memory for processing.

